

1.

$$I = \int x^3 e^{x^2} dx = \int x^2 x e^{x^2} dx = \int x^2 \frac{2e^{x^2}}{2} dx$$

Tomamos $\begin{cases} u = x^2 & \Rightarrow du = 2x dx \\ dv = 2xe^{x^2} dx & \Rightarrow v = e^{x^2} \end{cases}$, luego

$$I = \frac{1}{2} \left(x^2 e^{x^2} - \int 2xe^{x^2} dx \right) = \frac{1}{2} \left(x^2 e^{x^2} - e^{x^2} + c \right) = \frac{x^2 e^{x^2}}{2} + \frac{e^{x^2}}{2} + c$$

- Aplicación método por partes. 12 puntos
- Cálculo segunda integral. 8 puntos.

2.

$$I = \int x \arcsin x dx$$

Tomamos $\begin{cases} u = \arcsin x & \Rightarrow dv = x dx \\ du = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} & \Rightarrow v = \frac{x^2}{2} \end{cases}$, luego

$$\begin{aligned} I &= \frac{x^2}{2} \arcsin x - \frac{1}{2} \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx, \text{ tomamos } x = \sin \theta \Rightarrow \begin{cases} dx = \cos \theta \\ \theta = \arcsin x \end{cases} \\ &= \frac{x^2}{2} \arcsin x - \frac{1}{2} \int \frac{\sin^2 \theta}{\sqrt{1-\sin^2 \theta}} \cos \theta d\theta \\ &= \frac{x^2}{2} \arcsin x - \frac{1}{2} \int \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cos \theta d\theta \\ &= \frac{x^2}{2} \arcsin x - \frac{1}{2} \int \sin^2 \theta d\theta \\ &= \frac{x^2}{2} \arcsin x - \int \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta \right) \\ &= \frac{x^2}{2} \arcsin x - \frac{1}{4} \theta + \frac{1}{8} \sin \theta + c \\ &= \frac{x^2}{2} \arcsin x - \frac{1}{4} \arcsin x + \frac{1}{8} \sin (2 \arcsin \theta) + c \end{aligned}$$

- Aplicación método por partes. 4 puntos
- Sustitución trigonométrica. 4 puntos.
- Llegar a integral de $\sin^2$. 4
- Cálculo de esta última integral. 4
- Volver a la variable x . 4

3.

$$I = \int \frac{x+1}{x^2+x-1} dx = \int \frac{x+1}{(x+2)(x-1)} dx$$

Usamos fracciones parciales

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{(x+2)(x-1)} &= \frac{A}{x+2} + \frac{B}{x-1} = \frac{A(x-1) + B(x+2)}{(x+2)(x-1)} \\ \Rightarrow A(x-1) + B(x+2) &= x+1 \\ \Rightarrow \begin{cases} x=1 & \Rightarrow B = \frac{2}{3} \\ x=-2 & \Rightarrow A = \frac{1}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Luego

$$\begin{aligned} I &= \int \frac{dx}{3(x+2)} + \int \frac{2dx}{3(x-1)} \\ &= \frac{1}{3} \ln(x+2) + \frac{2}{3} \ln(x-1) + c \end{aligned}$$

- Descomposición en fracciones parciales. 10 puntos.
- Cálculo de cada integral. 5 puntos cada una.

Más 10 punto Base.