

## Guía 2: Ejercicios de Continuidad

**Problema 1.** Sea  $f$  la función definida en  $\mathbb{R}$  por

$$f(x) = \begin{cases} 8x & \text{si } x < 0 \\ x^3 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ -2x + 4 & \text{si } 1 < x \leq 3 \\ x^2 - 11 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Estudie la continuidad de la función  $f$ .

**Problema 2.** Sea  $f$  la función definida en  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$  por  $f(x) = [\text{sen } x]$  ( $[ \ ]$  representa la parte entera). Estudie la continuidad de  $f$  en su dominio.

**Problema 3.** Sea  $f$  la función definida en  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \text{sen}^2(\frac{x}{2})}{(\pi - x)^2} & \text{si } x \neq \pi \\ b & \text{si } x = \pi \end{cases}$

Determine  $b$  (si existe) para que la función  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .

**Problema 4.** Sea  $f$  la función definida en  $] -\pi, \infty[$  por  $f(x) = \begin{cases} [\cos x] & \text{si } -\pi < x \leq 2 \\ x - 2 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Estudie la continuidad de  $f$  en su dominio.

**Problema 5.** Sea  $f$  la función definida en  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(3x^2)}{x^4} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2 + 8x - 9}{x^2 + x - 2} & \text{si } 0 \leq x < 1 \\ \frac{\text{sen } 2x}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

¿Es  $f$  continua en  $\{0, 1\}$  ?

**Problema 6.** Sea  $f$  la función definida en  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = \begin{cases} 1 - \text{sen}^2\left(\frac{x}{2}\right) & \text{si } x \neq \pi \\ b & \text{si } x = \pi \end{cases}$

Determine  $b$  (si existe) para que la función  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$

**Problema 7.** Sea  $f$  la función definida en  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x < \frac{\pi}{4} \\ \text{sen } x & \text{si } x \geq \frac{\pi}{4} \end{cases}$

(a) Para todo  $x \in \mathbb{R}$ , determine la función  $g(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

(b) Encuentre  $a$  y  $b$  (si existen) para que las funciones  $f$  y  $g$  sean continuas en todo  $\mathbb{R}$ .

Determine  $b$  (si existe) para que la función  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$

**Problema 8.** Sea  $f$  la función definida en  $\mathbb{R}$  por  $f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(\pi x)}{\pi} + 5 & \text{si } x \leq 0 \\ b(x^2 + x + 3) + a & \text{si } x > 0 \end{cases}$

(a) Para todo  $x \in \mathbb{R}$ , determine la función  $g(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

(b) Encuentre  $a$  y  $b$  (si existen) para que las funciones  $f$  y  $g$  sean continuas en todo  $\mathbb{R}$ .

Determine  $b$  (si existe) para que la función  $f$  sea continua en todo  $\mathbb{R}$ .