Facultad de Ciencias
usach Departamento de Matemática y CC

PAUTA
Versión 3

# PEP 1

Matemática I para la Administración y Economía

**Tiempo: 90 minutos**

| NOTA |
| --- |
| |

| | |
| --- | --- |
| **NOMBRE:** | **RUN:** |
| **PROFESOR:** | **FECHA:** |

| Problema | Puntaje |
| --- | --- |
| | |
| | |
| | |
| Total | |

## Indicaciones

- Complete los datos solicitados en la prueba.
- Puntaje ideal de la prueba 6 puntos.
- Nota final=Puntaje_obtenido+1,0
- No se aceptan consultas una vez iniciada la prueba. Salvo que sean de enunciado.
- Sólo podrá salir de la sala después de 30 min de iniciada la prueba.
- Puede utilizar para sus cálculos calculadora pero no su celular ni otros artículos tecnológicos.
- Deberá devolver todas las hojas de la prueba. La ausencia de alguna de ellas desvalidará la evaluación.
- Si requiere hojas adicionales solicitarlas al profesor.
- Todo resultado debe estar avalado por un desarrollo del problema.

Profesor: Coordinación de Matemática, Física y Estadística

## Problemas

**Prob. 1 (1,0 ptos.)** Demostrar usando propiedades conjuntistas que:

$$[(A^c \cup C)^c \cup B] \cap [(A^c \cup B) \cup C] = B$$

Desarrollo:

$$[(A^c \cup C)^c \cup B] \cap [(A^c \cup B) \cup C]$$

$$\equiv [(A \cap C^c) \cup B] \cap [(A^c \cup B) \cup C] \quad 02$$

$$\equiv [(A \cap C^c) \cup B] \cap [(A^c \cup C) \cup B]$$

$$\equiv B \cup [(A \cap C^c) \cap (A^c \cup C)] \quad 02$$

$$\equiv B \cup [((A \cap C^c) \cap A^c) \cup (A \cap C^c) \cap C] \quad 02$$

$$\equiv B \cup [(A \cap A^c) \cap C^c \cup A \cap (C^c \cap C)]$$

$$\equiv B \cup [(\phi \cap C^c) \cup A \cap \phi]. \quad 02$$

$$\equiv B \cup (\phi \cup \phi)$$

$$\equiv B. \quad 02$$

**Prob. 2 (1,0 ptos.)** Determine si existe un número real "$X$", tal que verifique la relación;

$$\sum_{i=20}^{80}(2i-3)^3 = 2X$$

Desarrollo:

$$\sum_{i=20}^{80}(2i-3)^3 = \sum_{i=1}^{80}(2i-3)^3 - \sum_{i=1}^{19}(2i-3)^3 \quad 02$$

$$= \sum_{i=1}^{80}\left((2i)^3 - 3(2i)^2\cdot 3 + 3(2i)\cdot 3^2 - 3^3\right) - \sum_{i=1}^{19}\left((2i)^3 - 3(2i)^2\cdot 3 + 3(2i)\cdot 3^2 -\right. \quad 02$$

$$= 8\cdot\left(\frac{80\cdot 81}{2}\right)^2 - 36\cdot\frac{80\cdot 81\cdot(2\cdot 80+1)}{6} + 54\left(\frac{80\cdot 81}{2}\right) - 27\cdot 80 \; - \quad 02$$

$$= 8\cdot\left(\frac{19\cdot 20}{2}\right)^2 + 36\cdot\frac{19\cdot 20\cdot(2\cdot 19+1)}{6} - 54\cdot\frac{19\cdot 20}{2} + 27\cdot 19$$

$$= 77684293 = 2x \quad 02$$

$$\boxed{x = 38{,}842{,}146{,}5} \quad 02$$

**(Indicación)**:

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{(n(n+1))^2}{4}$$

**Prob. 3 (1,2 ptos.)** Se sabe que si el precio de un producto es **\$700**, un individuo está dispuesto a comprar **10** unidades, mientras que si el precio es **\$200**, entonces se podrá adquirir **60** unidades.

a) Determine la función lineal que representa la cantidad demandada $\boldsymbol{q}$ en función del precio $\boldsymbol{p}$ suponiendo que su comportamiento es lineal.

b) Si el precio del producto es de **\$650**, ¿cuántas unidades estará dispuesto a comprar el individuo?

Desarrollo:

$(10, 700) \quad (60, 200)$

$$y - 700 = \underbrace{\frac{200-700}{60-10}}_{02}(x-10) \quad 03$$

$$y - 700 = -10x + 100$$

$$y = -10x + 800$$

q: cantidad demandada
p: precio

$$\boxed{D(q) = p = -10q + 800} \quad 03$$

b) $650 = -10q + 800$

$$\boxed{q = 15} \quad 02$$

Rsp: Si el precio del producto es de \$650, se podrían comprar 15 unidades. – 02

**Prob. 4 (1,4 ptos.)** Se supone que las utilidades (en millones de pesos) que una revista gana depende de la cantidad de clientes que se suscribe a ella la expresión para obtener las utilidades es:

$$U(x) = -2x^2 + 32x - 16$$

donde $x$ representa la cantidad (en cientos) de clientes suscritos con $x > 7$.

*a*) ¿Cuántos clientes deberán suscribirse para maximizar las utilidades?

*b*) Si las utilidades fueron de 104 millones de pesos, ¿cuántas personas se suscribieron?

*c*) Realizar un bosquejo de la gráfica de $U(x)$, en el dominio del contexto del problema.

Desarrollo:

a) $V\left(\frac{-32}{2\cdot -2}, U(8)\right)$

$V(8, 112)$ 03

Rsp: Deberán suscribirse 800 clientes para maximizar las utilidades.– 02

b) $104 = -2x^2 + 32x - 16$ 02

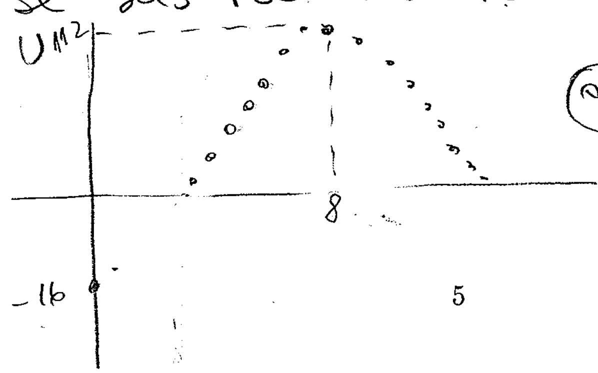
$2x^2 - 32x + 120 = 0 \quad /:2 \Rightarrow x^2 - 16x + 60 = 0$

$x = \frac{16 \pm \sqrt{16^2 - 4\cdot 1\cdot 60}}{2} = \frac{16 \pm 4}{2}$ $\nearrow x_1 = 10$ 01 $\searrow x_2 = 6$ 01

pero como $x > 7$, entonces

Rsp: se suscribieron 1000 personas. 02

c)




03

x : clientes

**Prob. 5 (1,4 ptos.)** Sea $h : \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\} \to \mathbb{R}$ definida por

$$h(x) = \frac{1}{2x-1}$$

y sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = 3x + 2$$

Obtener:

a) $Dom(g^{-1}oh)$

b) $(g^{-1}oh)(x)$

c) Una expresión para $\dfrac{h(a)-h(b)}{a-b}$

Desarrollo:

$$g(x) = 3x+2 = y \implies x = \frac{y-2}{3}$$

02

$$\boxed{g^{-1}(x) = \frac{x-2}{3}} \qquad Dom\, g^{-1} = \mathbb{R}$$

02

a) $Dom(g^{-1} \circ h) = \{ x \in Dom\, h \ / \ h(x) \in Dom\, g^{-1} \}$

$= \{ x \in \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}\} \mid \frac{1}{2x-1} \in \mathbb{R} \}$

$= \mathbb{R} - \{1/2\}$ 02

02

b) $(g^{-1} \circ h)(x) = g^{-1}(h(x)) = g^{-1}\left(\frac{1}{2x-1}\right) = \left(\dfrac{\frac{1}{2x-1} - 2}{3}\right)$

$= \dfrac{1-4x+2}{3(2x-1)} = \boxed{\dfrac{3-4x}{3(2x-1)}}$ 02

c) $\dfrac{h(a)-h(b)}{a-b} = \dfrac{\frac{1}{2a-1} - \frac{1}{2b-1}}{a-b}$ 02 $= \dfrac{2b-\cancel{1}-2a+\cancel{1}}{(2a-1)(2b-1)(a-b)}$

02

$= \dfrac{2\cancel{(b-a)}}{-(2a-1)(2b-1)\cancel{(b-a)}} = \boxed{\dfrac{-2}{(2a-1)(2b-1)}}$