Facultad de Ciencias
Departamento de Matemática y CC

PAUTA VERSIÓN 2

PEP 1

MATEMÁTICA I PARA LA ADMINISTRACIÓN Y ECONOMÍA

Tiempo: 90 minutos

NOTA

NOMBRE:	**RUN:**
PROFESOR:	**FECHA:**

Problema	Puntaje
Total	

Indicaciones

- Complete los datos solicitados en la prueba.
- Puntaje ideal de la prueba 6 puntos.
- Nota final=Puntaje_obtenido+1,0
- No se aceptan consultas una vez iniciada la prueba. Salvo que sean de enunciado.
- Sólo podrá salir de la sala después de 30 min de iniciada la prueba.
- Puede utilizar para sus cálculos calculadora pero no su celular ni otros artículos tecnológicos.
- Deberá devolver todas las hojas de la prueba. La ausencia de alguna de ellas desvalidará la evaluación.
- Si requiere hojas adicionales solicitarlas al profesor.
- Todo resultado debe estar avalado por un desarrollo del problema.

Profesor: Coordinación de Matemática, Física y Estadística

Problemas

Prob. 1 (1,0 ptos.) Demuestre usando equivalencias lógicas que:

$$[(p \implies q) \implies q] \implies (p \vee q)$$

es una expresión verdadera.

Desarrollo:

$[(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \Rightarrow (p \vee q)$.

$[\overline{(\bar{p} \vee q)} \vee q] \Rightarrow (p \vee q)$

$\overline{[\overline{(\bar{p} \vee q)} \vee q]} \vee (p \vee q)$.

$\overline{[(\bar{\bar{p}} \wedge \bar{q}) \vee q]} \vee (p \vee q)$ 02

$[\overline{(p \wedge \bar{q})} \wedge \bar{q}] \vee (p \vee q)$.

$[(\bar{p} \vee q) \wedge \bar{q}] \vee (p \vee q)$

$[(\bar{p} \wedge \bar{q}) \vee (q \wedge \bar{q})] \vee (p \vee q)$ 02

$[(\bar{p} \wedge \bar{q}) \vee F] \vee (p \vee q)$ 02

$(\bar{p} \wedge \bar{q}) \vee (p \vee q)$ 02

$(\overline{p \vee q}) \vee (p \vee q)$

V. 02

Prob. 2 (1,0 ptos.) Calcule:

$$\sum_{i=20}^{220}(3i-4)(3i+4)$$

Desarrollo:

$$\sum_{i=1}^{220}(9i^2-16) - \sum_{i=1}^{19}(9i^2-16) \quad 02$$

$$9\sum_{i=1}^{220} i^2 - \sum_{i=1}^{220} 16 - 9\sum_{i=1}^{19} i^2 + \sum_{i=1}^{19} 16 \quad 02$$

$$9 \cdot \frac{220 \cdot 221 \cdot (2\cdot 220+1)}{6} - 16 \cdot 220 - \frac{9 \cdot 19 \cdot 20 \cdot (2 \cdot 19+1)}{6} + 16 \cdot 19 \quad 03$$

$$= 32.136.684 \quad 03$$

(Indicación):

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{(n(n+1))^2}{4}$$

Prob. 3 **(1,2 ptos.)** Para colaborar con las personas sin techo una ONG elabora periódicos de reparto callejero. Cada vendedor recibe un fijo de **$250,000** al mes y además **$500** por ejemplar vendido.

a) Escriba la función que relaciona el número de periódicos vendidos con el dinero recibido al mes.

b) Si un mes recibió un sueldo de **$380000**, ¿cuántos ejemplares vendió?

Desarrollo:

P : dinero recibido al mes.

x : nº periódicos.

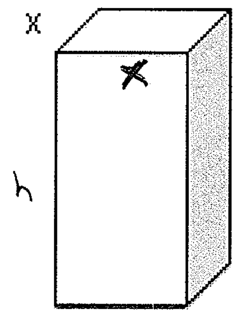
a) $P(x) = 500x + 250.000$ 05

b) $380.000 = 500x + 250.000$ 03

$x = 260$ 02

Rsp: Con el sueldo de $380.000 vendió 260 ejemplares ,- 02

Prob. 4 **(1,4 ptos.)** Se desea construir un tanque de caras laterales rectangulares, con base y tapa cuadradas con capacidad de **8** m^3 de almacenaje. El material para construir la base y la tapa tienen un costo de **\$1000** por m^2 y el material para construir las caras laterales tiene un costo de **\$500** por m^2. Obtener el costo de la construcción del tanque en función de la longitud x del lado de la base cuadrada.



Desarrollo:

Volumen $= x^2 \cdot h = 8 . \Longrightarrow \boxed{h = \frac{8}{x^2}}$ (02)

Superficie: $4xh + 2x^2$

(02) (02)

$A_c(x) = 4x \cdot \left(\frac{8}{x^2}\right)$; $A_p = 2x^2$

Costo:

$C_c(x) = \frac{32}{x} \cdot 500$ (02)

$C_p(x) = 2x^2 \cdot 1000$ (02)

Costos totales:

$C(x) = \frac{16.000}{x} + 2000\,x^2$ (0.4)

con x: longitud del lado de la base cuadrada.-

Prob. 5 (1,4 ptos.) Sea $f : \mathbb{R} - \{2\} \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \frac{x}{2-x}$$

y sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = x^2 + 4x + 3$$

Determine:

a) $Dom(gof)$

b) ¿Es f inyectiva?. Justificar

c) Una expresión para $\dfrac{g(a+h) - g(a)}{h}$

Desarrollo:

a) $Dom(g\circ f) = \{x \in Dom f \mid f(x) \in Dom g\}$

$= \{x \in \mathbb{R} - \{2\} \mid \frac{x}{2-x} \in \mathbb{R}\}$

$= \{x \in \mathbb{R} - \{2\} \mid 2 - x \neq 0\}$

$= \mathbb{R} - \{2\}$ 04

b) $f(a) = f(b)$ P.d $a = b$

$\frac{a}{2-a} = \frac{b}{2-b}$ 02 $\Rightarrow 2a - \cancel{ab} = 2b - \cancel{ab}$

$2a = 2b$

$a = b$ 02

$\therefore$ es inyectiva 01

c) $\frac{g(a+h) - g(a)}{h} = \frac{(a+h)^2 + 4(a+h) + 3 - a^2 - 4a - 3}{h}$ 02

$= \frac{\cancel{a^2} + 2ah + h^2 + \cancel{4a} + 4h + \cancel{3} - \cancel{a^2} - \cancel{4a} - \cancel{3}}{h} = \frac{\cancel{h}(2a+h+4)}{\cancel{h}}$

$h \neq 0$ 01 $\boxed{2a + h + 4}$ 02