Facultad de Ciencias
usach Departamento de Matemática y CC

PAUTA

Versión 1

PEP 1

Matemática I para la Administración y Economía

Tiempo: 90 minutos

NOTA

NOMBRE:	**RUN:**
PROFESOR:	**FECHA:**

Problema	Puntaje
Total	

Indicaciones

- Complete los datos solicitados en la prueba.
- Puntaje ideal de la prueba 6 puntos.
- Nota final=Puntaje_obtenido+1,0
- No se aceptan consultas una vez iniciada la prueba. Salvo que sean de enunciado.
- Sólo podrá salir de la sala después de 30 min de iniciada la prueba.
- Puede utilizar para sus cálculos calculadora pero no su celular ni otros artículos tecnológicos.
- Deberá devolver todas las hojas de la prueba. La ausencia de alguna de ellas desvalidará la evaluación.
- Si requiere hojas adicionales solicitarlas al profesor.
- Todo resultado debe estar avalado por el desarrollo correcto del problema.

Profesor: Coordinación de Matemática, Física y Estadística

Problemas

Prob. 1 (1,0 ptos.) Demostrar, sin usar tablas de verdad que:

$$[(p \Longrightarrow q) \wedge (q \Longrightarrow r)] \Longrightarrow (p \Longrightarrow r)$$

Desarrollo:

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

$$[(\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{q} \vee r)] \Rightarrow (\bar{p} \vee r) \qquad 02$$

$$[\overline{(\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{q} \vee r)}] \vee (\bar{p} \vee r)$$

$$[(\overline{\bar{p} \vee q}) \vee (\overline{\bar{q} \vee r})] \vee (\bar{p} \vee r)$$

$$[(\overline{\bar{p} \vee q}) \vee (q \wedge \bar{r})] \vee (\bar{p} \vee r)$$

$$(\overline{\bar{p} \vee q}) \vee [(q \wedge \bar{r}) \vee (\bar{p} \vee r)]$$

$$(\overline{\bar{p} \vee q}) \vee [(q \vee (\bar{p} \vee r)) \wedge (\bar{r} \vee (\bar{p} \vee r))] \qquad 02$$

$$(\overline{\bar{p} \vee q}) \vee [((q \vee \bar{p}) \vee r) \wedge ((\bar{r} \vee r) \vee \bar{p})]$$

$$(\overline{\bar{p} \vee q}) \vee [((q \vee \bar{p}) \vee r) \wedge (V \vee \bar{p})] \qquad 02$$

$$(\overline{\bar{p} \vee q}) \vee [((q \vee \bar{p}) \vee r) \wedge V]$$

$$(\overline{\bar{p} \vee q}) \vee ((q \vee \bar{p}) \vee r)$$

$$[\underbrace{(\overline{\bar{p} \vee q}) \vee (q \vee \bar{p})}] \vee r \qquad 02$$

$$V \vee r$$

$$V .- \qquad 02$$

Prob. 2 **(1,0 ptos.)** Determine si existe un número real "X", tal que verifique la relación;

$$\sum_{i=20}^{110}(3i - X) = 4845$$

Desarrollo:

$$\sum_{i=20}^{110}(3i-x) = \sum_{i=1}^{110}(3i-x) - \sum_{i=1}^{19}(3i-x) = 4845. \quad 03$$

$$= 3\sum_{i=1}^{110} i - \sum_{i=1}^{110} x - 3\sum_{i=1}^{19} i + \sum_{i=1}^{19} x = 4845 \quad 02$$

$$= 3\cdot\frac{110\cdot 111}{2} - 110x - 3\cdot\frac{19\cdot 20}{2} + 19x = 4845 \quad 0$$

$$12.900 = 91x \Rightarrow \boxed{x = \frac{12.900}{91}}$$

$$\boxed{X \cong 141{,}56} \quad 03$$

(**Indicación**):

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$\sum_{i=1}^{n} i^3 = \frac{(n(n+1))^2}{4}$$

Prob. 3 **(1,2 ptos.)** Un Ingeniero Comercial, recibe un sueldo mensual fijo de **$1650000** y se le paga **$25000** la hora extra que trabaje en el mes.

a) Construya la función lineal $\boldsymbol{S}$ que represente el sueldo mensual del Ingeniero en función de las $\boldsymbol{x}$ horas extras trabajadas.

b) Si el mes pasado el Ingeniero trabajó **12** horas extras, ¿cuánto dinero recibió como sueldo?

Desarrollo:

a) $S(x) = 1650.000 + 25000\,x$ 05

b) $S(12) = 1650.000 + 25.000 \cdot 12.$

$= 1950.000$ 05

Rsp: Recibió como sueldo $1950.000 02

Prob. 4 (1,4 ptos.) Se supone que la cantidad (en miles de pesos) que una empresa gasta en publicidad en la televisión, está dada por la expresión:

$$G(x) = -0,5x^2 + 20x + 230$$

donde x representa la cantidad de minutos semanales que su comercial sale al aire, $x > 14$.

a) ¿Cuál es el gasto mayor a la que incurre la empresa en una semana?

b) Si la empresa dispone de 398 mil pesos, ¿cuántos minutos semanales podría salir su comercial al aire?

c) Realizar un bosquejo de la gráfica de $G(x)$

Desarrollo:

a) $V\left(\frac{-20}{2\cdot -0,5}\ ;\ G(20)\right)$

$V(20, 430)$ 03

Rsp: El mayor gasto fue de \$430.000 02

b) $398 = -0,5x^2 + 20x + 230$ 02

$0,5x^2 - 20x + 168 = 0 \quad / \cdot 2$

$x^2 - 40x + 336 = 0$

$(x-28)(x-12) = 0$

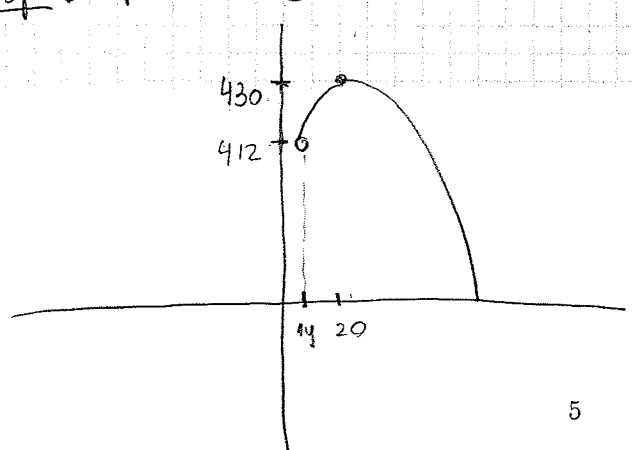
$x = 28$ 01

$x = 12$ 01

pero $x > 14$

Rsp: Podrá salir al aire 28 min.- 02

c)



03

Prob. 5 **(1,4 ptos.)** Sea $f : [-4, \infty[\to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \sqrt{x+4}$$

y sea $g : [0, \infty[\to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x) = x^2 - 4$$

Obtener:

a) $Dom(gof)$

b) $(gof)(x)$

c) Una expresión para $\dfrac{g(a) - g(b)}{a-b}$

Desarrollo:

a) $Dom(g \circ f) = \{x \in Dom\, f \;/\; f(x) \in Dom\, g\}$

$= \{x \in [-4, \infty[\;/\; \sqrt{x+4} \in [0, +\infty[\}$

$= \{x \geq -4 \;/\; \sqrt{x+4} \geq 0$

$= [-4, +\infty[$ 04

b) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(\sqrt{x+4})$ 02

$= (\sqrt{x+4})^2 - 4 = x + \cancel{4} - \cancel{4} = x.$ 03

c) $\dfrac{g(a) - g(b)}{a-b} = \dfrac{a^2 - 4 - (b^2 - 4)}{a-b}$ 02

$= \dfrac{a^2 - \cancel{4} - b^2 + \cancel{4}}{a-b}$

$= \dfrac{(\cancel{a-b})(a+b)}{\cancel{a-b}}$ $\quad a \neq b.$ 01

$= \boxed{a+b.}$ 02