

CONTROL N°1

Nombre: Nota:

Fecha: Lunes 6 Abril de 2015 Nota: 2 puntos cada pregunta + 1 punto base Tiempo: 90 minutos

1. 1.1 Determine el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones. Coloque V si es verdadero y F si es falso, sin demostrar.

a) $\forall A \in M_n(\mathbb{R}), A^2 = 0 \Rightarrow A = 0$

b) $A \in M_n(\mathbb{R})$ invertible $\Rightarrow (A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

c) $A, B \in M_{n \times m}(\mathbb{R}) \Rightarrow (A + B)^T = A^T + B^T$

d) $A, B \in M_n(\mathbb{R}) \Rightarrow (A \cdot B)^{-1} = A^{-1} \cdot B^{-1}$

1.2 Escriba matricialmente el problema:

En un hospital hay cuatro pacientes diabéticos a los que debe inyectarse dos tipos de insulina. La dosis diaria (en mg) que necesitan los pacientes A,B,C,D son: de insulina retardada 15, 20, 0, 10 y de insulina normal 30, 20, 50, 30 respectivamente. Los pacientes permanecen en el hospital 8, 15, 12, 25 días respectivamente. Determine utilizando operatoria de matrices, la cantidad de insulina de cada tipo que se precisará para tratarlos.

2. Sea $A = (a_{ij}) \in M_{3 \times 4}$ definida $a_{ij} = \begin{cases} 1 & , i = j \\ 2i - 3 & , i > j \\ j - 2 & , i < j \end{cases}$ y $B = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

2.1 Explícite la matriz A y calcule: AA^T

2.2 Hallar la matriz $X_{2 \times 2}$ en la ecuación matricial: $BX = I$, donde I es la matriz identidad

de orden 2

3. Dadas las matrices:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Resolver cada ecuación para la matriz $X \in M_2(\mathbb{R})$

3.1 $(2P - X) = Q + X$

3.2 $(PX - Q) = QX$

PAUTA:

1. 1.1 F – V – V – F pacientes n° días

$$1.2 \begin{matrix} \text{Insulina Retardada} \\ \text{Insulina Normal} \end{matrix} \begin{bmatrix} 15 & 20 & 0 & 10 \\ 30 & 20 & 50 & 30 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ 15 \\ 12 \\ 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 670 \\ 1890 \end{bmatrix}$$

Se requiere de Insulina Retardada 670 mg y de Insulina Normal 1890mg

$$2. \quad 2.1 \quad A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6 & 8 \\ 6 & 7 & 11 \\ 8 & 11 & 23 \end{bmatrix}$$

$$2.2 \quad BX = I \quad /B^{-1} \text{ izq } , \quad I_{2 \times 2} , B_{2 \times 2}$$

$$B^{-1}BX = B^{-1}I$$

$$(B^{-1}B)X = B^{-1}I$$

$$IX = B^{-1}I$$

$$X = B^{-1}$$

Luego $[B/I]$ utilizando transformaciones elementales filas

$$\begin{bmatrix} 3 & -5 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} F_2 \text{ se inter con } F_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 3 & -5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot -3F_1 + F_2 \rightarrow F_2$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} \cdot 2F_2 + F_1 \rightarrow F_1 \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & -5 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Luego } X = \begin{bmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$3. \quad 3.1 \quad (2P - X) = Q + X$$

$$\text{Solución: } 2P - Q = 2X \Leftrightarrow X = \frac{1}{2} (2P - Q)$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{5}{2} \\ \frac{-1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$3.2 \quad (PX - Q) = QX$$

Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Matemática y C.C.
Matemática III - Contador Público y Auditor
Primer semestre 2015

Profesores: E. Ceballos-X. González-A. Orellana

Solución: $PX-QX=Q \Leftrightarrow (P-Q)X = Q \Leftrightarrow X = (P-Q)^{-1} \cdot Q$

$$(P-Q) = \begin{bmatrix} -2 & 3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(P-Q)^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$X = (P-Q)^{-1} \cdot Q = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1/3 & -1 \end{bmatrix}$$