Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Matemática y C.C.
Matemática I - Contador Público y Auditor
Primer semestre 2015
Profesores: M. Vázquez – E. Ceballos –I. Otárola

Prueba Escrita Programada 1

Forma B

Nombre:………………………………………………………………………Nota:………

Fecha: Miércoles 13 Mayo de 2015   Nota: 2 puntos cada item + 1 punto base   Tiempo: 90 minutos

1)

a) Sean $A, B\ C$ tres conjuntos no-vacíos. Utilice propiedades de operatoria de conjuntos para probar que:

$$(A \cap B \cap C) \cap (A^C \cup B^C \cup C^C) = \phi$$

b) Para $a_i = 5i - 20i^2$, calcule el valor de $\sum_{i=45}^{i=70}(4 + 2a_i)$

2) Resuelva las siguientes inecuaciones y entregue la solución expresada como un intervalo Real

a) $\frac{4}{x-1} \leq \frac{7}{x-2}$

b) $|x| \geq |2x - 1| - 1$

3) Dada la función $f(x) = \sqrt{1 - 4x}$ y $g(x) = \frac{3}{x+1}$

a) Determine $Dom\ g$ y $Rec\ f$

b) Calcule: $\frac{f(0)}{g(0)} - 7f(-1) + \frac{1}{5}g(0)$

DESARROLLO PEP1

1)

a) Sean $A, B\ C$ tres conjuntos no-vacíos. Utilice propiedades de operatoria de conjuntos para probar que:

$$(A \cap B \cap C) \cap (A^C \cup B^C \cup C^C) = \phi$$

b) Para $a_i = 5i - 20i^2$, calcule el valor de $\sum_{i=45}^{i=70}(4 + 2a_i)$

DESARROLLLO:

1 punto

a) $(A \cap B \cap C) \cap \left((A^C \cup B^C) \cup C^C\right) = (A \cap B \cap C) \cap ((A \cap B)^C \cup C^C)$

$= (A \cap B \cap C) \cap (A \cap B \cap C)^C = \phi$

1 punto

b) $\sum_{i=45}^{i=70}(4 + 2a_i) = \sum_{i=1}^{i=70}(4 + 10i - 40i^2) - \sum_{i=1}^{i=44}(4 + 10i - 40i^2) =$

$= 4 \cdot 70 + 10 \cdot \dfrac{70 \cdot 71}{2} - 40 \cdot \dfrac{70 \cdot 71 \cdot 141}{6} - 4 \cdot 44 - 10 \cdot \dfrac{44 \cdot 45}{2} + 40 \cdot \dfrac{44 \cdot 45 \cdot 89}{6}$

$= -3{,}481{,}946$

---

2) Resuelva las siguientes inecuaciones y entregue la solución expresada como un intervalo Real

a) $\frac{4}{x-1} \leq \frac{7}{x-2}$

b) $|x| \geq |2x - 1| - 1$

DESARROLLO:

1 punto

a) $\frac{4}{x-1} \leq \frac{7}{x-2} \Longrightarrow \frac{4}{x-1} - \frac{7}{x-2} \leq 0 \Longrightarrow \frac{-3x-1}{(x-1)(x-2)} \leq 0 \Longrightarrow \frac{3x+1}{(x-1)(x-2)} \geq 0$

Puntos críticos: $x = -1/3\,;\, x = 1; x = 2$

$-\infty \quad\quad -1/3 \quad\quad 1 \quad\quad 2 \quad\quad \infty$

$3x + 1$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x - 1$	$-$	$-$	$+$	$+$
$x - 2$	$-$	$-$	$-$	$+$
	$-$	$+$	$-$	$+$

$\therefore \quad S = [-1/3\,, 1[\, \cup\,]2, \infty[$

1 punto

b) $|x| \geq |2x-1| - 1 \Leftrightarrow |2x-1| - |x| \leq 1$

Puntos críticos: $x = \frac{1}{2}\, ; x = 0$

Caso1: $x < 0 \quad \Longrightarrow 2x - 1 < -1$

$\therefore\ |2x-1| - |x| = 1 - 2x + x \leq 1 \Longrightarrow x \geq 0 \Longrightarrow S_{c1} = \phi$

Caso2: $0 \leq x < \frac{1}{2} \quad \Longrightarrow -1 < 2x - 1 < 0$

$\therefore\ |2x-1| - |x| = 1 - 2x - x \leq 1 \Longrightarrow x \geq 0 \Longrightarrow S_{c2} = \left[0, \frac{1}{2}\right[$

Caso3: $x \geq \frac{1}{2} \quad \Longrightarrow 2x - 1 \geq 0$

$\therefore\ |2x-1| - |x| = 2x - 1 - x \leq 1 \Longrightarrow x \leq 2 \Longrightarrow S_{c3} = \left[\frac{1}{2}, 2\right]$

$\therefore\ S_F = S_{C1} \cup S_{C2} \cup S_{C3} = [0,2]$

---

3) Dada la función $f(x) = \sqrt{1 - 4x}$ y $g(x) = \frac{3}{x+1}$

a) Determine $Dom\ g$ y $Rec\ f$

b) Calcule: $\frac{f(0)}{g(0)} - 7f(-1) + \frac{1}{5}g(0)$

DESARROLLO:

1 punto

a) $Dom\ g = \{x \in \mathbb{R} | x + 1 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{-1\}$

$Rec\ f = \left\{y \in \mathbb{R}_0^+ \middle| \exists x \in Dom(f) = \left]-\infty, \frac{1}{4}\right[\mathbb{R}, \frac{1-y^2}{4} = x\right\} = \mathbb{R}_0^+$

1 punto

b) $\frac{f(0)}{g(0)} - 7f(-1) + \frac{1}{5}g(0) = \frac{1}{3} - 7 \cdot \sqrt{5} + \frac{1}{5} \cdot 3 = \frac{14}{15} - 7\sqrt{5} = -14.71914251$
