

Prueba Escrita Programada 1
Forma A

Nombre:.....Nota:.....

Fecha: Miércoles 13 Mayo de 2015 Nota: 2 puntos cada ítem + 1 punto base Tiempo: 90 minutos

1)

- a) Sean A, B, C tres conjuntos no-vacíos. Utilice propiedades de operatoria de conjuntos para probar que:

$$(A \cap B \cap C) \cup (A^c \cup B^c \cup C^c) = U$$

- b) Para $a_i = i^2 - 31i$, calcule el valor de $\sum_{i=30}^{i=50} (3a_i - 2)$

2) Resuelva las siguientes inecuaciones y entregue la solución expresada como un intervalo Real

a) $\frac{7}{x-2} \leq \frac{4}{x-1}$

b) $|2x - 1| \leq |x| + 1$

3) Dada la función $f(x) = \sqrt{3x+1}$ y $g(x) = \frac{2}{x-1}$

- a) Determine $Dom f$ y $Rec g$

- b) Calcule: $\frac{f(0)}{g(0)} + 7f(1) - \frac{2}{5}g(-1)$

DESARROLLO PEP1

1)

- a) Sean A, B, C tres conjuntos no-vacíos. Utilice propiedades de operatoria de conjuntos para probar que:

$$(A \cap B \cap C) \cup (A^c \cup B^c \cup C^c) = U$$

- b) Para $a_i = i^2 - 31i$, calcule el valor de $\sum_{i=30}^{i=50} (3a_i - 2)$

DESARROLLO:

1 punto

$$\begin{aligned} \text{a) } (A \cap B \cap C) \cup ((A^c \cup B^c) \cup C^c) &= (A \cap B \cap C) \cup ((A \cap B)^c \cup C^c) \\ &= (A \cap B \cap C) \cup (A \cap B \cap C)^c = U \end{aligned}$$

1 punto

$$\begin{aligned} \text{b) } \sum_{i=30}^{i=50} (3a_i - 2) &= \sum_{i=1}^{i=50} (3i^2 - 93i - 2) - \sum_{i=1}^{i=29} (3i^2 - 93i - 2) = \\ &= 3 \cdot \frac{50 \cdot 51 \cdot 101}{6} - 93 \cdot \frac{50 \cdot 51}{2} - 2 \cdot 50 - 3 \cdot \frac{29 \cdot 30 \cdot 59}{6} + 93 \cdot \frac{29 \cdot 30}{2} + 58 \\ &= \mathbf{24,948} \end{aligned}$$

- 2) Resuelva las siguientes inecuaciones y entregue la solución expresada como un intervalo Real

a) $\frac{7}{x-2} \leq \frac{4}{x-1}$

b) $|2x - 1| \leq |x| + 1$

DESARROLLO:

1 punto

$$\text{a) } \frac{7}{x-2} \leq \frac{4}{x-1} \Rightarrow \frac{7}{x-2} - \frac{4}{x-1} \leq 0 \Rightarrow \frac{3x+1}{(x-1)(x-2)} \leq 0$$

Puntos críticos: $x = -1/3; x = 1; x = 2$

	$-\infty$	$-1/3$	1	2	∞
$3x + 1$	-	+	+	+	
$x - 1$	-	-	+	+	
$x - 2$	-	-	-	+	
	-	+	-	+	

$$\therefore S =]-\infty, -1/3] \cup]1, 2[$$

1 punto

b) $|x| \geq |2x - 1| - 1 \Leftrightarrow |2x - 1| - |x| \leq 1$

Puntos críticos: $x = \frac{1}{2}; x = 0$

Caso1: $x < 0 \Rightarrow 2x - 1 < -1$

$$\therefore |2x - 1| - |x| = 1 - 2x + x \leq 1 \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow S_{c1} = \emptyset$$

Caso2: $0 \leq x < \frac{1}{2} \Rightarrow -1 < 2x - 1 < 0$

$$\therefore |2x - 1| - |x| = 1 - 2x - x \leq 1 \Rightarrow x \geq 0 \Rightarrow S_{c2} = \left[0, \frac{1}{2}\right[$$

Caso3: $x \geq \frac{1}{2} \Rightarrow 2x - 1 \geq 0$

$$\therefore |2x - 1| - |x| = 2x - 1 - x \leq 1 \Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow S_{c3} = [0, 2]$$

$$\therefore S_F = S_{c1} \cup S_{c2} \cup S_{c3} = [0, 2]$$

3) Dada la función $f(x) = \sqrt{3x + 1}$ $g(x) = \frac{2}{x-1}$

a) Determine $Dom f$ y $Rec g$

b) Calcule: $\frac{f(0)}{g(0)} + 7f(1) - \frac{2}{5}g(-1)$

DESARROLLO:

1 punto

a) $Dom f = \{x \in \mathbb{R} | 3x + 1 \geq 0\} = [-1/3, \infty[$

$$Rec g = \left\{y \in \mathbb{R} \mid \exists x \in Dom(g) = \mathbb{R} - \{1\}, \frac{2+y}{y} = x\right\} = \mathbb{R} - \{0\}$$

1 punto

b) $\frac{f(0)}{g(0)} + 7f(1) - \frac{2}{5}g(-1) = -\frac{1}{2} + 7 \cdot 2 - \frac{2}{5} \cdot -1 = \frac{139}{10} = 13.9$
