

CONTROL N°2

Nombre:.....Nota:.....

Fecha: Viernes 24 Abril de 2015 Nota: 2 puntos cada pregunta + 1 punto base Tiempo: 80 minutos.

1. Responda las siguientes preguntas:

1.1 Para qué valor de  $p \in \mathbb{R}$  se cumple la ecuación:  $\sum_{j=1}^p \left[ \frac{(2p-2)j}{3} + \frac{1}{3} \right] = 72$

1.2 Sea  $S = 1 * 3 + 3 * 5 + 5 * 7 + \dots + 71 * 73$   
Escriba el término general y calcule la suma.

2. El cuarto término de una progresión aritmética es cero y el término de orden 42 es (-95). El enésimo término es (-125), ¿cuál es el valor de n?

3. Consideremos la siguiente situación: 2 ciclistas se preparan para una competencia: Pablo comienza el primer día con 1.000 metros, y todos los días agrega 1.000 metros más, en tanto Emilio empieza el primer día con 200 metros y cada día duplica lo hecho el día anterior. ¿Cuántos metros recorre cada uno el décimo día?

Pauta

1

$$1.1 \quad \sum_{j=1}^p \left[ \frac{(2p-2)j}{3} + \frac{1}{3} \right] = 72$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(p-1)}{2} \sum_{j=1}^p j + \sum_{j=1}^p \frac{1}{3} = 72$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(p-1)}{3} * \frac{p(p+1)}{2} + \frac{p}{3} = 72$$

$$\Leftrightarrow (p-1)(p^2 + p) + p = 216$$

$$\Leftrightarrow p = 6$$

$$1.2 \quad 2i - 1 = 71 \Rightarrow i = 36 \quad ; \quad 2i + 1 = 73 \Rightarrow i = 36$$

$$\text{Termino general: } X_i = (2i - 1)(2i + 1)$$

$$S = \sum_{i=1}^{36} ((2i - 1)(2i + 1)) = \sum_{i=1}^{36} (4i^2 - 1)$$

$$S = 4 \sum_{i=1}^{36} i^2 - \sum_{i=1}^{36} 1 = 4 \frac{36*37*73}{6} - 36 * 1 = 64788$$

2. Se forma un sistema de ecuaciones:

$$a_4 = 0 \quad \Rightarrow a_1 + 3d = 0$$

$$a_{42} = -95 \Rightarrow a_1 + 41d = -95$$

Desarrollando el sistema de ecuaciones lineales tenemos:  $d = \frac{-5}{2}$

$$d = \frac{-5}{2} \Rightarrow a_1 + 3 * \left( \frac{-5}{2} \right) = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{15}{2}$$

$$a_n = -125 \Rightarrow a_1 + (n - 1) \frac{-5}{2} = -125 \Rightarrow n = 54$$

3. Pablo aumenta el recorrido según una P.A. y Emilio aumenta su recorrido según una P.G.

$$\text{Pablo: } a_1 = 1.000 \text{ m} \quad ; \quad d = 1.000 \text{ m} \Rightarrow a_{10} = 1.000 + 9 * 1.000 = 10.000 \text{ m}$$

Pablo recorre el décimo día 10.000 metros en bicicleta.

Emilio:

$$a_1 = 200 \text{ m}$$

$$a_2 = 200 * 2 = 400 \text{ m} = a_1 * 2 = a_1 * r$$

$$a_3 = 400 * 2 = 800 \text{ m} = a_2 * 2 = a_1 * 2 * 2 = a_1 * 2^2 = a_1 * r^2$$

$$a_4 = 800 * 2 = 1.600 \text{ m} = a_3 * 2 = a_1 * 2^2 * 2 = a_1 * 2^3 = a_1 * r^3$$

Universidad de Santiago de Chile  
Facultad de Ciencia  
Departamento de Matemática y C.C.  
Matemática I - Contador Público y Auditor  
Primer semestre 2015  
Profesores: O. Farías – X. González

Se obtiene la razón y es 2,

$$a_{10} = 200 * 2^9 = 102.400 \text{ m}$$

Emilio recorre en bicicleta el décimo día 102.400 metros.