

Teorema del Binomio y Progresiones

1. Teorema del Binomio

Ejercicios.

1. Desarrolle los siguientes binomios

a) $(3a - b)^3$

c) $\left(\frac{1}{2} - a\right)^8$

e) $\left(\frac{2}{3}x - \frac{3}{2x}\right)^6$

b) $(2x - y)^5$

d) $\left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^4$

f) $(1 + x)^4 + (1 - x)^4$

2. Determine el quinto término de $(a - 2b)^9$

3. Determine el décimo segundo término de $(2x - 1)^{13}$

4. Determine el séptimo término de $\left(\frac{4x}{5} - \frac{5}{2x}\right)^9$

5. Determine el término central de $\left(1 - \frac{x^2}{2}\right)^{14}$

6. Determine el término central de $\left(\frac{x}{y} + \frac{y}{x}\right)^{10}$

7. Determine el coeficiente de a^7 en $\left(\frac{a}{3} + 9b\right)^{10}$

8. Determine el coeficiente de x^{32} y de x^{-17} en $\left(x^4 - \frac{1}{x^3}\right)^{15}$

9. Calcule $(1,01)^3$ usando el desarrollo del binomio $(1 + 0,01)^3$

2. Progresión Aritmética

Observación. Sean a_1, a_2, \dots, a_n , los n primeros términos de una P.A. de primer término a y diferencia d , y sea S_n la suma de estos n primeros términos de la P.A. Entonces,

$$\begin{array}{r} S_n = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + \dots + (a_n - 2d) + (a_n - d) + a_n \\ + S_n = a_n + (a_n - d) + (a_n - 2d) + \dots + (a_1 + 2d) + (a_1 + d) + a_1 \\ \hline 2S_n = (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + \dots + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) \end{array}$$

de donde se obtienen las relaciones

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}, \quad S_n = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}.$$

Definición. En una P.A. se llaman *medios aritméticos* entre dos términos x, z , de la P.A., a todos los términos de la P.A. que están entre x y z .

Ejercicios.

1. Halle el séptimo término y la suma de los 7 primeros términos en la P.A.: 2, 6, 10, ...
2. Halle el n -ésimo término y la suma de los n primeros términos en la P.A.: -3, -1, 1, ...
3. Halle el n -ésimo término y la suma de los n primeros términos en la P.A.: -8, $-\frac{13}{2}$, -5...
4. Sume los n primeros términos de la P.A. $3, \frac{7}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots$
5. Sume los 20 primeros términos de la P.A. $2, 3\frac{1}{4}, 4\frac{1}{2}, \dots$
6. Sume los 40 primeros términos de la P.A. $a - 3b, 2a - 5b, 3a - 7b, \dots$
7. En una P.A. de primer término $a_1 = -2$, diferencia $d = 4$ y suma de los primeros n términos $S_n = 160$, determine n .
8. En la P.A. 3, 5, 7, 9, ... calcular el término a_{15} y la suma de los primeros 15 términos
9. En una P.A. el primer término es 2, el n -ésimo es 29 y la suma de estos n términos es $S_n = 155$. Determine la diferencia d .
10. Interpole 4 medios aritméticos entre 2 y 27
11. Interpole 19 medios aritméticos entre $\frac{1}{4}$ y $-9\frac{3}{4}$
12. Interpole 18 medios aritméticos entre $-35x$ y $3x$
13. El quinto término de una P.A. es 2 y el noveno término es -10. Obtenga el séptimo término y la suma de los primeros 16 términos.

3. Progresión Geométrica

Definición. En una P.G. se llaman *medios aritméticos entre dos términos* x , z , de la P.G., a todos los términos de la P.G. que están entre x y z .

Ejercicios.

1. Halle el quinto término y la suma de los 5 primeros términos en la P.G.: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$
2. Halle el n -ésimo término y la suma de los n primeros términos en la P.G.: $1, 5, 25, \dots$
3. Halle el n -ésimo término y la suma de los n primeros términos en la P.G.: $3, -4, \frac{16}{3}, \dots$
4. Sume los n primeros términos de la P.G.: $3, \frac{7}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots$
5. Sume los 7 primeros términos de la P.G.: $-\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, -\frac{3}{4}, \dots$
6. Sume los 31 primeros términos de la P.G.: $48, 24, 12, \dots$
7. La suma de los primeros n términos una P.G. de razón $r = 3$ es 728 y el n -ésimo término es 486. Determine el primer término.
8. Interpole 5 medios geométricos entre $3\frac{5}{9}$ y $40\frac{1}{2}$
9. Interpole 3 medios geométricos entre 2 y 8
10. El tercer término de una P.G. es 3 y el séptimo término es $\frac{3}{16}$, determine la razón y el primer término.