

Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Matemática y C.C.
Coordinación Matemáticas FAE
Curso Matemática I
Carrera Administración Pública
Profesores: Valeska Alarcón - Juan Aravena

GUIA II: EJERCICIOS DE CONJUNTOS E INDUCCIÓN

I) Usando propiedades de conjuntos, demostrar que:

- (i) $(A \cap B) \cup (A - B) \cup (B - A) = A \cup B$
- (ii) $[(A \cap B^c)^c - (A \cup B)^c] \cup (A \cap B) = B$
- (iii) $(A \cap B) \cup ((A \cup B) \cap B^c) = A$
- (iv) $(A \cap B)^c \cup (A^c \cap B^c)^c = U$ (*Universo*)
- (v) $(A - C) - (B - C) = (A - B) - C$
- (vi) $[(A \cup B) - B = A] \Rightarrow (A \cap B = \emptyset)$

II) Encontrar el conjunto potencia del conjunto A en los siguientes casos:

- i) $A = \{0, \phi\}$
- ii) $A = \{\otimes, \phi, \{\phi\}\}$

III) En el siguiente problema construir un diagrama de Venn Euler y luego responder.

En un centro deportivo, los socios, cumplen las siguientes condiciones:

- 8 socios practican fútbol y tenis
- 15 socios practican natación para no practican fútbol ni tenis
- 10 socios practican fútbol y natación
- 43 socios practican fútbol o tenis
- 25 socios practican tenis
- 8 socios practican solo dos deportes
- 7 socios practican los tres deportes
- 10 socios no practican deporte alguno

- a1) ¿Cuántos socios tiene el centro deportivo?
- a2) ¿Cuántos socios practican solo un deporte?
- a3) Cuántos socios practican a lo menos dos deportes?

IV) Usando propiedades de sumatoria responder las siguientes preguntas:

a) Calcular el valor de S en los siguientes casos:

$$(i) \quad S = \sum_{i=10}^{80} (4i - 6)$$

$$(ii) \quad S = 5 \cdot 3 + 8 \cdot 7 + 11 \cdot 11 + 14 \cdot 15 + \dots + 137 \cdot 179$$

$$(iii) \quad S = 3 \cdot 2 + 6 \cdot 5 + 9 \cdot 8 + 12 \cdot 11 + 15 \cdot 14 + \dots + 153 \cdot 152$$

$$(iv) \quad S = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

b) Determinar un número natural n de modo que:

$$(i) \quad \sum_{i=1}^n (5i - 8) = 1425$$

$$(ii) \quad \sum_{i=1}^{10} (2i + n) = 340$$

c) Usando inducción matemática demostrar las siguientes proposiciones:

$$i) \quad \sum_{k=1}^n 5^{k-1} = \frac{5^n - 1}{4}$$

$$iv) \quad \sum_{k=1}^n k \cdot 2^k = (n - 1) \cdot 2^{n+1} + 2$$

$$v) \quad \sum_{k=1}^n \frac{k}{2^k} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$

$$vi) \quad (3^{n+1} - (-1)^{n-1}) \text{ es divisible por } 4$$

$$vii) \quad (4^{2n} - 1) \text{ es divisible por } 15$$

$$ix) \quad (7 \cdot 16^n + 3) \text{ es divisible por } 5$$