

Universidad de Santiago de Chile
Facultad de Ciencia
Departamento de Matemática y C.C.
Coordinación Matemáticas FAE
Curso Matemática I
Carrera Administración Pública
Profesores: Valeska Alarcón - Juan Aravena

GUIA I: EJERCICIOS DE LOGICA

I.- Pruebe, usando tablas de verdad, que las siguientes proposiciones son tautologías.

$$1) [(\bar{p} \vee q) \Rightarrow q] \Rightarrow (p \vee q)$$

$$2) [(\overline{q \vee r}) \Rightarrow q] \Leftrightarrow [(p \wedge \bar{q}) \Rightarrow r]$$

$$3) [(p \wedge q) \Rightarrow r] \Leftrightarrow [(\bar{p} \vee r) \vee (\bar{r} \Rightarrow \bar{q})]$$

$$4) (p \Rightarrow q) \vee [(q \Rightarrow \bar{p}) \wedge (\bar{p} \Rightarrow \bar{q})]$$

$$5) [(\overline{p \wedge r}) \Rightarrow q] \Rightarrow [(p \vee q) \vee \bar{q}]$$

$$6) (\bar{p} \vee q) \Leftrightarrow [(p \vee q) \Leftrightarrow q]$$

II. Si p es proposición verdadera, q es proposición falsa y r es proposición verdadera, determine el valor de verdad de las proposiciones siguientes:

$$1) (p \Rightarrow \bar{q}) \Rightarrow [(q \wedge r) \Leftrightarrow (\bar{p} \vee \bar{r})]$$

$$2) (\bar{p} \vee (\bar{q} \Leftrightarrow r)) \Leftrightarrow ((p \wedge q) \vee (\bar{r} \Rightarrow \bar{p}))$$

$$3) ((p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow \bar{r}) \wedge (\bar{p} \Rightarrow r))$$

$$4) [p \Rightarrow (\bar{r} \vee q)] \Leftrightarrow [(p \Rightarrow \bar{r}) \wedge (\bar{p} \Rightarrow r)]$$

III.- Sin utilizar tablas de verdad, indique si las siguientes proposiciones son tautologías, contradicciones o ninguna de ellas. Se sugiere simplificar las proposiciones y analizar los valores de verdad.

$$1) (p \wedge q) \rightarrow p$$

$$2) p \rightarrow (p \rightarrow p)$$

$$3) [p \wedge (q \vee r)] \rightarrow [(p \wedge q) \vee r]$$

$$4) [p \rightarrow (\bar{q} \vee r)] \wedge [\bar{q} \vee (p \rightarrow r)]$$

$$5) [(p \wedge q) \rightarrow (p \rightarrow \bar{q})] \rightarrow (q \rightarrow \bar{p})$$

$$7) [(p \wedge q) \vee r] \leftrightarrow ((\overline{p \wedge q}) \rightarrow r)$$

IV.- Simplificar las siguientes proposiciones utilizando equivalencia lógica

$$1) \overline{(p \vee q)} \vee (\bar{p} \wedge q)$$

$$2) ((p \wedge q) \vee r) \wedge \bar{q}$$

$$3) ((p \Rightarrow q) \Rightarrow q) \Rightarrow \overline{\overline{p \wedge q}}$$

$$4) \left[\left((\bar{p} \vee (\bar{q} \Rightarrow p)) \right) \wedge (p \Rightarrow \bar{q}) \right] \Rightarrow \bar{q}$$

$$5) \left[\left((\bar{p} \vee r) \Rightarrow q \right) \wedge \left((p \wedge \bar{q}) \Rightarrow r \right) \right]$$

$$6) (\bar{p} \vee (\bar{q} \Leftrightarrow p)) \Leftrightarrow \bar{q}$$

$$7) ((p \Rightarrow r) \Rightarrow q) \wedge ((p \Rightarrow q) \vee r)$$

$$8) ((p \Rightarrow q) \wedge (\bar{q} \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

V.- Sea $A = \{1, 2, 3\}$. Determine el valor de verdad de c/u de las siguientes proposiciones:

$$1) (\forall x \in A) (p(x))$$

$$p(x) : \text{máx} \{x, -x\} > 0$$

$$2) (\forall x \in A) (p(x))$$

$$p(x): x - 1 > x + 1$$

$$3) (\exists x \in A) (p(x))$$

$$p(x): x^2 = x$$

$$4) (\forall x \in A) (p(x))$$

$$p(x): x^2 + 1 \geq 2$$

$$5) (\exists x \in A) (p(x))$$

$$p(x): x^2 + 1 \leq 0$$

Repita con $A = \mathbb{R}$ (conjunto de los números reales)

VI.- Escribir la negación de las siguientes proposiciones:

$$1) (\forall x \in A), (\exists y \in B) : ((x - y \geq 0) \wedge (x^2 - y^2 < 0))$$

$$2i) (\forall x \in A)(\forall y \in B)((x \cdot y \geq 0 \text{ es par}) \Rightarrow (x \text{ es par} \wedge y \text{ es par}))$$

$$3) (\exists x \in A)(\forall y \in B)((x^2 + y^2 = 1) \vee (x \cdot y \leq 1))$$

$$4) (\forall x \in A)(\forall y \in B)(\exists z \in C)((x < y + z) \Rightarrow (x - y = z))$$

VII.- Sea $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

- Los siguientes enunciados escribirlos simbólicamente, determinar el valor de verdad y luego negarlos. La negación ahora escribirla en lenguaje coloquial.

1) Existen elementos en A cuyo cubo es igual a si mismo.

2) Todo elemento de A aumentado en tres unidades es menor que 12.

3) Existe un único elemento en A cuyo cuadrado aumentado en su quíntuplo es igual a 14.

4) Si el cubo de todo elemento de A disminuido en una unidad es siempre positivo entonces su cuadrado es menor que 100.